

УДК 621.771.06-233.2

Задорожний Н. А., Обухов А. Н., Пономарёв Д. С.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТЕПЕНИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗИ НА ДЕМПФИРУЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УПРУГИМИ ЗВЕНЬЯМИ МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Электропривод с линейной механической характеристикой обладает благоприятным свойством демпфировать упругие колебания [1], возникающие в его механической части. Демпфирующее действие электропривода обусловлено электромеханической связью, которая проявляется в результате механических колебаний вращающегося ротора (якоря) и обратного влияния электрической части на упругие механические колебания. Электромеханическая связь характеризуется степенью электромеханического взаимодействия и скоростью преобразования энергии упругих колебаний [2].

Снижение динамических нагрузок электропривода за счёт усиления демпфирующих свойств электромеханической связи является фундаментальной задачей электропривода и представляется актуальной для практики оптимизации динамики двухмассовых систем.

Исследование влияния степени электромеханической связи на демпфирующее действие электропривода производится на основании обобщённой структурной схемы двухмассовой электромеханической системы (ДЭМС), приведённой на рис. 1.

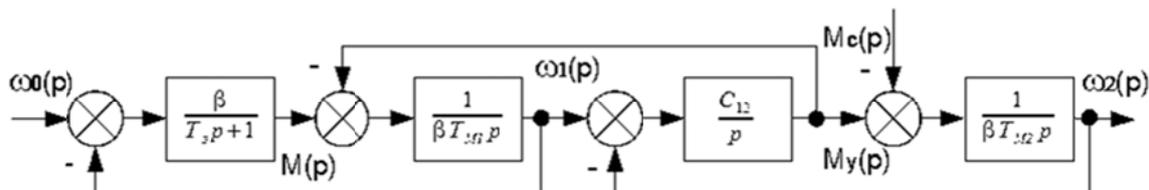


Рис. 1. Обобщённая структурная схема электромеханической системы с упругой связью

Структурная схема составлена на основании дифференциальных уравнений динамики ДЭМС при допущении отсутствия демпфирующих сил в механической части ($b_{12} = 0$, $\xi_{12} = 0$) и для линейных (линеаризованных) участков механической характеристики электропривода с двигателями постоянного и переменного тока [3].

Анализ литературных источников по теории и практике разработки и совершенствования упругих ДЭМС показывает, что сформировались и интенсивно развиваются направления оптимизации параметров электропривода с целью минимизации колебательности для случаев действия упругих механических колебаний как внешнего возмущения по нагрузке, так и реализации демпфирующего действия электромеханической связи при взаимодействии колебаний упругой механической и электромеханической подсистем [4].

Методы оптимизации, разработанные на основе принципов второго направления [4], рассматривают систему как результат связи двух подсистем – механической (МП) и электромагнитной (ЭП). Разделение ДЭМС на связанные подсистемы – динамическая декомпозиция – неоднозначно. Она определена закономерностью распределения парциальных и собственных частот [5]. Синтез параметров ДЭМС заключается в формировании динамических свойств полной (составной) системы в зависимости от свойств отдельных (парциальных) подсистем и характера связи между ними. В работах [6, 7, 8] изложены методы синтеза ДЭМС с предельной и рациональной степенью демпфирования упругих колебаний и получены соотношения взаимосвязи параметров, учитывающие конструктивные, механические и электротехнические способы гашения колебаний. Соотношения взаимосвязи параметров,

приведенные в указанных источниках, отражают специфические особенности процессов преобразования энергии при соблюдении условий предельной степени электромеханического взаимодействия, и аналитические зависимости для выбора оптимальных параметров определены на базе физических представлений.

Целью данной работы является исследование поведения функции демпфирующего эффекта электропривода с позиции математического анализа [9].

Динамические свойства ДЭМС при анализе демпфирующего действия электропривода определяются характеристическим уравнением, полученным из передаточных функций для структурной схемы рис. 1:

$$Q(p) = \frac{\gamma T_{M1} T_{\Omega}}{\Omega_{12}^2} p^4 + \frac{\gamma T_{M1}}{\Omega_{12}^2} p^3 + \gamma \left(T_{M1} T_{\Omega} + \frac{1}{\Omega_{12}^2} \right) p^2 + \gamma T_{M1} p + 1 = 0, \quad (1)$$

где T_{M1} – постоянная электромеханическая электродвигателя;

T_{Ω} – постоянная электромагнитная электродвигателя;

Ω_{12} – частота свободных колебаний двухмассовой механической части;

γ – коэффициент распределения инерционных масс электродвигателя и механизма.

Если воспользоваться оригинальной формой нормирования характеристических уравнений ДЭМС различной структуры [2], то уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$Q(p) = \gamma K_B T_y^4 p^4 + 2\gamma \sqrt{K_B} \xi_d T_y^3 p^3 + \gamma (1 + K_B) T_y^2 p^2 + 2\gamma \sqrt{K_B} \xi_d T_y p + 1 = 0, \quad (2)$$

где K_B – коэффициент электромеханического взаимодействия (коэффициент упругой связи);

T_y – постоянная упругих колебаний (масштаб времени);

ξ_d – коэффициент относительного демпфирования электромагнитной подсистемы.

Общие и прямые оценки затухания колебаний в системе осуществляют по картине расположения корней характеристических уравнений. Для рассматриваемой ДЭМС обобщенные показатели электромеханического взаимодействия K_B , ξ_d , γ определяют комплектацию корней нормированного характеристического уравнения (2). В зависимости от сочетания корней, его можно представить тремя различными уравнениями [3]. В общем случае взаимодействие подсистем при их связанности всегда предполагает отвод энергии и одновременное её преобразование [5], а именно в данной задаче – энергии упругих колебаний МП в ЭП. Процессы необратимого преобразования имеют колебательный характер и описываются характеристическим уравнением эталонного вида [2]:

$$Q_2(p) = (T_0^2 p^2 + 2\xi_{\Omega} T_0 p + 1)(T_0^2 p^2 + 2\xi_M T_0 p + 1), \quad (3)$$

где ξ_{Ω} , ξ_M – относительный коэффициент демпфирования процессов для ЭП и МП при колебаниях в составе ДЭМС;

T_0 – период колебаний подсистем.

Представление исходного характеристического уравнения в форме (3) возможно при $\xi_M < \xi_{\Omega}$ и $\xi_{\Omega} < 1$, т. к. активное демпфирование упругих колебаний осуществляется собственно двигателем с колебательной реакцией и коэффициентом $\xi_d < 1$ [6] при допущении отсутствия в МП диссипативных элементов.

Полный отвод энергии МП в ЭП происходит на частоте упругих колебаний:

$$\Omega_p = \Omega_{12} \sqrt{1 - \xi_0^2}$$

при коэффициенте упругой связи K_B по формуле (7) согласно [2]. Тогда комплектация корней характеристического уравнения (2) будет такая же, как и эталонного (3) в случае соблюдения условий:

$$\begin{cases} \xi_{\text{Э}} + \xi_{\text{М}} = \sqrt{\gamma} \xi_{\text{Д}}; \\ \xi_{\text{Э}} \xi_{\text{М}} = \frac{\gamma - 1}{4}, \end{cases} \quad (4, 5)$$

при строго определённой близости парциальных частот, определяемой коэффициентом $K_{\text{В}}$. Уравнение (2) однозначно представляется в виде (3) при коэффициенте электромеханического взаимодействия $K_{\text{В}}$ согласно [2].

Из (4) и (5) следует, что и математически для величин $\gamma \in (1; 5)$, $\xi_{\text{Д}} < 1$ коэффициенты демпфирования процессов $\xi_{\text{Э}} < 1$ и $\xi_{\text{М}} < 1$, что не ограничивает условия решения задачи.

Оценка колебательности процессов ДЭМС производится по коэффициенту демпфирования:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \Omega_{\text{р}}^2}}, \quad (6)$$

где α – показатель затухания;

$\Omega_{\text{р}}$ – резонансная частота той пары корней, которая определяет меньшее значение $\xi = \xi_{\text{min}}$.

Расположение корней характеристического уравнения, как отмечалось, изменяется в зависимости от величины обобщённых показателей $K_{\text{В}}$, $\xi_{\text{Д}}$, γ . Таким образом, демпфирующее действие электропривода можно рассматривать как непрерывную функцию расположения корней [9]. При анализе границ существенного и слабого электромеханического взаимодействия установлено, что внутри интервалов допустимых значений обобщённых показателей функция степени демпфирующего действия электропривода имеет экстремум – максимум [10]. Т. к. необходимое условие усиления электромеханической связи при реализации оптимального демпфирующего действия установлено в [2]:

$$K_{\text{В}} = \frac{1}{\gamma}, \quad (7)$$

произведём анализ системы уравнений (4) и (5) с целью нахождения экстремума функции демпфирующего действия, т. е. оптимального значения $\xi = \xi_0$. В первую очередь интерес представляет вносимое в систему демпфирование $\xi_{\text{М}}$ при взаимодействии подсистем. Для консервативной МП (с $\xi_{12} = 0$) коэффициент $\xi_{\text{М}}$ будет являться прямым количественным показателем вносимого демпфирующего действия электропривода.

Если выразить из (5) коэффициент демпфирования $\xi_{\text{Э}}$ электромагнитной подсистемы в составе ДЭМС и произвести подстановку в (6), получим следующее уравнение:

$$\sqrt{\gamma} \xi_{\text{Д}} \xi_{\text{М}} - \xi_{\text{М}}^2 = \frac{1}{4}(\gamma - 1). \quad (8)$$

Обозначим для удобства анализа:

$$F(\xi_{\text{М}}) = -\xi_{\text{М}}^2 + \sqrt{\gamma} \xi_{\text{Д}} \xi_{\text{М}} - \frac{\gamma - 1}{4} \quad (9)$$

и исследуем $F(\xi_{\text{М}})$ на экстремум. Для этого определим из (9) первую производную:

$$F'(\xi_{\text{М}}) = -2\xi_{\text{М}} + \sqrt{\gamma} \xi_{\text{Д}}. \quad (10)$$

Функция (9) определена в интервалах вариации параметров ДЭМС $\xi_D \in (0;1)$, $\gamma \in (1;5)$, $\xi_M \in (0;1)$, и значения переменной ξ_M , при которых функция $F(\xi_M)$ имеет экстремум, находим из условия обращения её производной (10) в нуль:

$$-2\xi_M + \sqrt{\gamma}\xi_D = 0. \quad (11)$$

Величины коэффициентов демпфирования МП, при которых функция может иметь экстремум, находим из (11):

$$\xi_M = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma}\xi_D. \quad (12)$$

Вторую производную функции (9) находим из (10) и, соответственно, имеет значение:

$$F''(\xi_M) = -2. \quad (13)$$

Так как $F''(\xi_M) < 0$, то функция $F(\xi_M)$ имеет экстремум – максимум. Подстановка ξ_M из (12) в уравнение (8) определяет величину коэффициента демпфирования отдельной (парциальной) ЭП, которая определяет ординату вершины параболы $F(\xi_M)$:

$$\xi_D = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (14)$$

Искомое значение коэффициента демпфирования ξ_M , при котором достигается экстремум – максимальная (предельная) степень демпфирования упругих колебаний, найдено как результат подстановки ξ_D из (14) в соотношение (12) и имеет следующий вид:

$$\xi_M = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}. \quad (15)$$

Остаётся определить процессы электромагнитной подсистемы. Согласно уравнению (3), демпфирование упругих электромеханических колебаний в электромагнитной подсистеме, характеризуется коэффициентом $\xi_{\mathcal{E}}$, который находится из системы уравнений (4), (5) после подстановки ξ_M и ξ_D для предельного (экстремального) случая (14), (15). Его значение при предельной степени демпфирования упругих колебаний ДЭМС:

$$\xi_{\mathcal{E}} = \frac{1}{2}\sqrt{\gamma-1}. \quad (16)$$

Легко установить, что аналогичные результаты даёт исследование функции $F(\xi_{\mathcal{E}})$ при поиске возможного экстремума по переменной $\xi_{\mathcal{E}}$ системы уравнений (4), (5). Это указывает на симметричность системы уравнений относительно коэффициентов ξ_M , $\xi_{\mathcal{E}}$ для предельной степени электромеханического демпфирования.

Максимум взаимодействия при данном коэффициенте γ совпадает с наибольшим значением функции демпфирующего действия при соблюдении следующих соотношений для обобщённых показателей:

$$\begin{cases} K_B = \frac{1}{\gamma}; \\ \xi_D = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \end{cases} \quad (17, 18)$$

Максимальная (предельная) степень демпфирования в ДЭМС достигается при колебаниях одной частоты эталонного процесса (3):

$$\Omega_o = \Omega_{\text{э}} = \Omega_{\text{м}} = \Omega_{12} \sqrt{1 - \xi_o^2} \tag{19}$$

и коэффициентом:

$$\xi_o = \xi_{\text{э}} = \xi_{\text{м}} = \frac{1}{2} \sqrt{\gamma - 1}. \tag{20}$$

Равенство парциальных частот (19) частоте свободных колебаний ДЭМС Ω_o в теории колебаний трактуется как особый случай компенсации в динамике действия сил упругой связи [5].

Физически наличие связи подсистем не изменяет в предельном случае частоты электромеханической системы и ДЭМС в динамике ведёт себя как эквивалентная одномассовая система с оптимальными показателями.

$$\begin{cases} -\xi_o = \frac{1}{2} \sqrt{\gamma - 1}; \\ \Omega_o = \frac{1}{2} \sqrt{5 - \gamma} \Omega_{12}. \end{cases} \tag{21, 22}$$

Для проверки и подтверждения правильности теоретических результатов исследования ДЭМС и графической иллюстрации влияния обобщённых показателей на степень демпфирующего действия численными методами решения получены корни характеристического уравнения (2) при вариации обобщённых показателей γ и $\xi_{\text{д}}$ (при $K_{\text{в}}$ согласно (7)), с помощью программы математических вычислений MathCAD. Для последовательности точек траектории корней определены коэффициенты ξ и построены графики зависимостей $\xi = f(\gamma)$ и $\xi = f(\xi_{\text{д}})$, которые приведены на рис. 2.

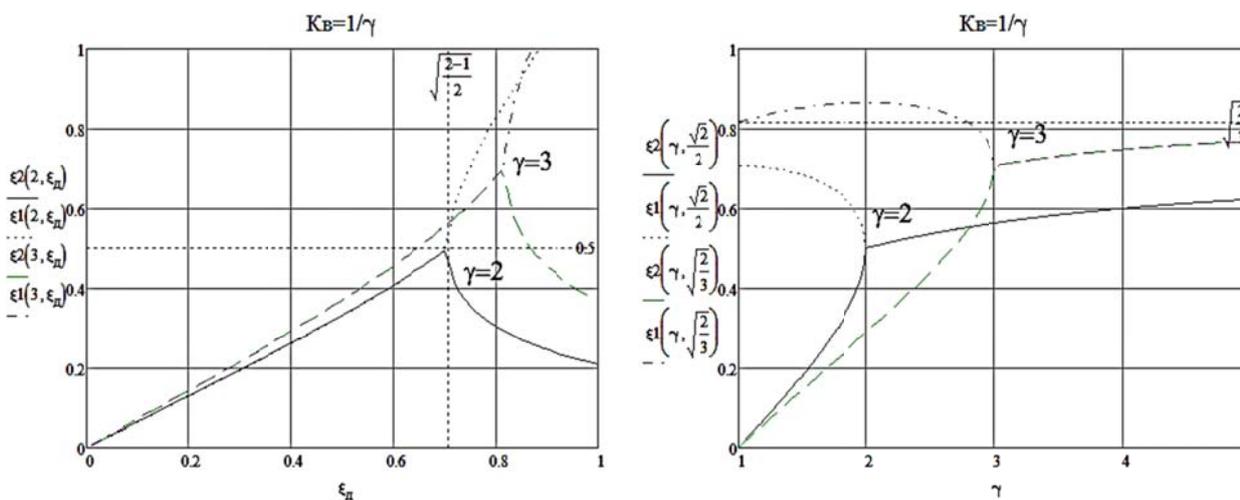


Рис. 2. Графические зависимости функций $\xi = f(\xi_{\text{д}})$ и $\xi = f(\gamma)$ при $K_{\text{в}} = 1/\gamma$

Для конкретных типовых значений показателей результаты в точности соответствуют экстремальным значениям (17, 18).

Визуализация функций $\xi_{\text{э}} = f(\xi_{\text{д}}, \gamma)$ и $\xi_{\text{м}} = f(\xi_{\text{д}}, \gamma)$, которые определяют колебательность координат ДЭМС в виде пространственной каркасной фигуры, приведена на рис. 3. Также на данном рисунке пунктирной линией нанесены эти функции при фактическом значении $\gamma = 2$, которое совпадает с плоскостным отображением на рис. 2.

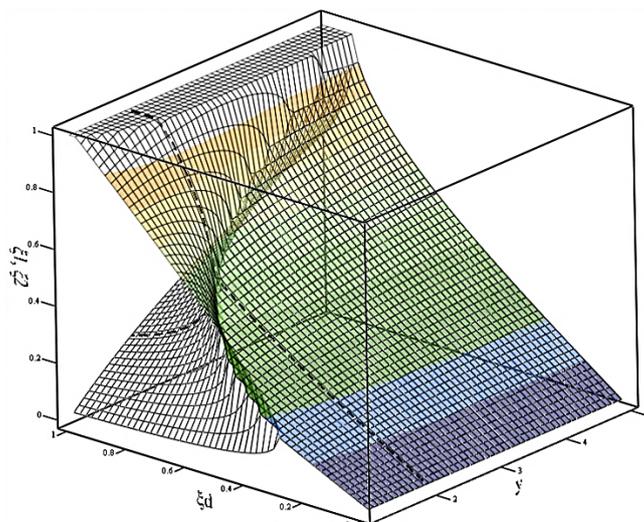


Рис. 3. Пространственное представление функции $\xi_{э,м} = f(\xi_0, \gamma)$ при $K_B = 1/\gamma$

ВЫВОДЫ

Необходимыми условиями достижения максимума является определённая для данного γ величина затухания процессов в электромагнитной подсистеме ξ_0 (14) и коэффициент электромеханического взаимодействия K_B (7).

Максимальная степень демпфирования электроприводом упругих механических колебаний достигается соответствующим выбором параметров ДЭМС, соотношения которых зависят только от коэффициента γ . Область значений данного коэффициента согласно (4, 5) лежит в пределах $1 < \gamma < 5$.

Как следует из (4, 5), появляется возможность регламентировать электротехническим способом степень гашения упругих механических колебаний ДЭМС.

Показатели процессов предельного демпфирования характеризуются коэффициентами затухания и частотой колебаний согласно (21, 22) соответственно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключев В. И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В. И. Ключев. – М. : Энергия, 1971. – 320 с.
2. Земляков В. Д. О демпфировании электроприводом упругих электромеханических колебаний / В. Д. Земляков, Н. А. Задорожний // Изв. вузов. Электромеханика. – № 5. – 1985. – С. 92–98.
3. Ключев В. И. Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах // В. И. Ключев, Л. Я. Теличко // Электричество. – 1977. – № 1. – С. 38–43.
4. Задорожний Н. А. Обобщённые оценки взаимосвязи упругих колебаний в приводах грузоподъёмных машин / Н. А. Задорожний, Н. Г. Марилев // Печатные материалы НТК «Проблемы подъёмно-транспортной техники». – Алушта, 1993. – С. 62–65.
5. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов : т. IV / Л. И. Мандельштам. – Изд-во АН СССР, 1955.
6. Задорожний Н. А. О комплексном подходе при проектировании электромеханических систем с упругими связями / Н. А. Задорожний // Печатные материалы НТК «Проблемы автоматизированного электропривода». – Харьков, 1994. – С. 109–111.
7. Земляков В. Д. Оптимизация параметров систем подчинённого регулирования электроприводов с упругим механическим звеном / В. Д. Земляков, Н. А. Задорожний // Электричество. – № 5. – 1984. – С. 49–52.
8. Задорожний Н. А. Оценка демпфирующей способности электропривода с упругим механическим звеном и вязким трением на валу двигателя / Н. А. Задорожний, В. Д. Земляков // Электричество. – № 4. – 1989. – С. 70–72.
9. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука., 1973. – 832 с.
10. Задорожня И. Н. Влияние механической характеристики электродвигателя на динамические нагрузки в приводах металлургических машин / И. Н. Задорожня // Машиностроение и техносфера XXI века : сб. трудов по материалам междунар. науч.-техн. конф., 17–22 сент. 2007 г. – Донецк : ДонНТУ, 2007. – Т. 2. – С. 61–67.